

**Klausur zur Erlangung des Leistungsnachweises  
Numerische Mathematik für Lehramtsstudenten**

Name:

Studiengang:

Matrikelnummer:

Geburtstag und -ort:

**Achtung:** Es werden nur Lösungen bewertet, deren Lösungsweg klar erkennbar ist. Alle Aussagen sind zu begründen und Nebenrechnungen sind abzugeben. Aus der Vorlesung bekannte Sachverhalte können vorausgesetzt werden.

1. Computerpraktikum **8 Punkte**
2. Gegeben ist eine Menge von Fließkommazahlen  $\mathbb{F}(\beta, t, L, U)$ . Was ist das Maschinenepsilon? **1 Punkt**
3. Zur Berechnung der Nullstellen des quadratischen Polynoms

$$x^2 + px + q = 0$$

mit  $p > 0$ ,  $p^2/4 - q \geq 0$ , stehen die folgenden beiden Wege zur Auswahl:

1. Berechne zunächst die erste Nullstelle  $x_1$  mit

$$x_1 = -\frac{p}{2} - \sqrt{\frac{p^2}{4} - q}$$

und dann die zweite Nullstelle mit

$$x_2 = -\frac{p}{2} + \sqrt{\frac{p^2}{4} - q}.$$

2. Berechne zunächst die erste Nullstelle  $x_1$  mit

$$x_1 = -\frac{p}{2} - \sqrt{\frac{p^2}{4} - q}$$

und dann die zweite Nullstelle mit

$$x_2 = q/x_1.$$

Diese Wege sind mathematisch äquivalent. Sollte man bei der numerischen Berechnung der Nullstellen trotzdem einen der beiden Wege bevorzugen? Wenn ja, welchen und warum?

**2 Punkte**

4. Die Quadratwurzel einer positiven Zahl  $a$  lässt sich durch Lösung der Gleichung  $x^2 = a$  berechnen. Wie lautet das Newton-Verfahren zur Lösung dieser Gleichung? Mit diesem Verfahren führe man zwei Iterationen für  $a = 5$  und dem Startwert  $x^{(0)} = 1$  durch. Man gebe den Fehler an, den die Iterierten  $x^{(k)}$ ,  $k = 0, 1, 2$  besitzen. (Taschenrechnergenauigkeit) **2 Punkte**

5. Man gebe das Horner-Schema zur Berechnung von  $p(2)$  an, wobei

$$p(x) = x^5 - 2.1x^4 - 5x^2 + 7.8x - 11.1$$

ist.

**2 Punkte**

6. Was ist die Konditionszahl  $\kappa_\infty(A)$  einer invertierbaren Matrix  $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ ? Ist für das Gaußsche Verfahren eine kleine oder große Konditionszahl vorteilhaft, warum? **2 Punkte**
7. Was versteht man bei der Vorwärtselimination unter Spaltenpivotsuche? Wozu dient sie? **2 Punkte**
8. Wie lautet das gedämpfte Jacobi-Verfahren zur Lösung des linearen Gleichungssystems  $Ax = b$  (mit Intervallangabe für den Dämpfungsparameter)? **1 Punkt**
9. Man berechne mit Hilfe dividierter Differenzen und Newtonscher Basispolynome das Interpolationspolynom zu folgenden Stützstellen

$$\begin{array}{c|cccc} x_k & -2 & -1 & 0 & 2 \\ \hline y_k & 10 & 1 & 4 & 20 \end{array}.$$

**2 Punkte**

10. Gesucht ist

$$\int_0^1 x e^x dx.$$

Man ermittle eine Approximation dieses Integrals mit Hilfe der (zusammengesetzten) Mittelpunkregel, wobei das Intervall  $[0, 1]$  in vier gleich lange Teilintervalle geteilt wird. (Taschenrechnergenauigkeit) **2 Punkte**

**Hinreichend für die Erteilung des Leistungsnachweises sind 12 Punkte.**