FR 6.1 – Mathematik
Institut für Angewandte Mathematik
Prof. Dr. V. John

Saarbrücken, 11.04.2008

Hausübungsaufgaben zur Vorlesung
Mathematik für Informatiker II

Serie 15

abzugeben vor der Vorlesung am Mittwoch, dem 23.04.2008

Es werden nur Lösungen bewertet, deren Lösungsweg klar erkennbar ist. Alle Aussagen sind zu begründen. Aus der Vorlesung bekannte Sachverhalte können vorausgesetzt werden.

Ablauf der Übungen und Kriterien zur Erlangung der Zulassung zur Klausur:

- wurden in der Vorlesung am 16.04.2008 vorgestellt,
- sind auf der Homepage der Vorlesung
  `http://www.math.uni-sb.de/ag/john/LEHRE/lehre_2.html`
  abrufbar

1. Ist die Menge aller Nullstellen einer stetigen Funktion $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ offen, abgeschlossen, offen und abgeschlossen oder weder offen noch abgeschlossen?
   4 Punkte

2. Man löse die folgenden Aufgaben:

   (a) Man gebe ein Beispiel dafür an, daß das Bild einer offenen Menge unter einer stetigen Funktion $\mathbb{R} \to \mathbb{R}$ nicht offen sein muß.
   Hinweis: Man betrachte beispielsweise eine periodische Funktion.

   (b) Sei $f(x) : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ ein Polynom ungeraden Grades
   $$f(x) = \sum_{i=0}^{n} a_i x^i, \quad a_i \in \mathbb{R},$$
   mit $n = 2k+1$, $k \in \mathbb{N}$, $a_n \neq 0$. Man zeige, daß $f(x)$ wenigstens eine reelle Nullstelle besitzt.

   4 Punkte

3. Man zeige, eine monoton wachsende Funktion $f(x) : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ kann höchstens abzählbar viele Unstetigkeitsstellen besitzen.
   Hinweis: Zuerst überlege man sich, welche Art von Unstetigkeitsstellen eine monotone Funktion überhaupt besitzen kann.
   4 Punkte