



Saarbrücken, 20.11.2007

Übungsaufgaben zur Vorlesung Mathematik für Informatiker I

Serie 05

abzugeben vor der Vorlesung am Mittwoch, dem 28.11.2007

Es werden nur Lösungen bewertet, deren Lösungsweg klar erkennbar ist. Alle Aussagen sind zu begründen. Aus der Vorlesung bekannte Sachverhalte können vorausgesetzt werden.

Vergessen Sie bitte nicht, dass zur Zurlassung zur Prüfung auch das Vorrechnen von Aufgaben in den Übungen gehört !!!

1. Man zeige, daß für zwei Abbildungen $f : A \rightarrow B$ und $g : B \rightarrow C$ folgendes gilt:
 - (a) $g \circ f$ injektiv $\implies f$ injektiv,
 - (b) $g \circ f$ injektiv, f surjektiv $\implies g$ injektiv,
 - (c) $g \circ f$ surjektiv, g injektiv $\implies f$ surjektiv.
2. Man löse folgende Aufgaben:
 - (a) Sei $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ eine Abbildung mit $f(x+y) = f(x)f(y)$ für alle $x, y \in \mathbb{N}$. Welcher Zusammenhang besteht zwischen den Funktionswerten $f(1)$ und $f(n)$?
 - (b) Sei $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N} \cup \{0\}$ eine Abbildung mit $f(xy) = f(x) + f(y)$ für alle $x, y \in \mathbb{N}$. Man zeige, daß dann $f(x^n) = nf(x)$ für alle $n, x \in \mathbb{N}$ gilt.
3. Man zeige:
 - (a) $\mathbb{N} \times \mathbb{N}$ ist abzählbar und man gebe eine entsprechende Bijektion dafür explizit an !
 - (b) Zwei beliebige Intervalle (a, b) und (c, d) , wobei $a, b, c, d \in \mathbb{R}$, $a < b$, $c < d$, haben die gleiche Mächtigkeit.
 - (c) Das Intervall $(-1, 1)$ hat die gleiche Mächtigkeit wie \mathbb{R} .
4. Man beweise folgende Aussagen:
 - (a) Wenn $\text{ggT}(a, s) = \text{ggT}(b, s) = 1$ gilt, dann ist $\text{ggT}(ab, s) = 1$.
 - (b) Wenn p eine Primzahl ist und wenn $p|ab$, $a, b \in \mathbb{Z}$, gilt, dann gilt: $p|a$ oder $p|b$.