

Übungsaufgaben zur Vorlesung Höhere Mathematik für Ingenieure IV

Serie 01

abzugeben vor der Vorlesung am Dienstag, dem 24.04.2007

Es werden nur Lösungen bewertet, deren Lösungsweg klar erkennbar ist. Alle Aussagen sind zu begründen. Aus der Vorlesung bekannte Sachverhalte können vorausgesetzt werden.

Die Rechenwege bei der Integration sind ausführlich anzugeben!

1. Man finde die Parameterdarstellung der Ellipse

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1, \quad a, b > 0.$$

Man überprüfe, ob es sich bei der Ellipse um eine reguläre Kurve handelt.
Hinweis: Man kann versuchen, die Parameterdarstellung des Kreises $x = r \cos t, y = r \sin t$ anzupassen.

2. Man berechne die Länge der Kurven, die durch folgende Funktionen gegeben sind:

$$\begin{aligned} f(x) &= x^{3/2} & x &\in [1, 3], \\ f(x) &= e^{x/2} + e^{-x/2} & x &\in [-a, a], a > 0. \end{aligned}$$

3. Man berechne

$$\int_{\kappa} xyz \, ds,$$

wenn κ der Bogen der Kurve $x = t, y = \sqrt{8t^3}/3, z = t^2/2, t \in [0, 1]$.

4. Gegeben sei das Vektorfeld

$$\mathbf{v} : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2 \quad \mathbf{v}(x, y) = \begin{pmatrix} xy \\ y - x \end{pmatrix}.$$

Man berechne das vektorielle Kurvenintegral über die folgenden Integrationswege

- die Gerade $y = x$,
- die Parabel $y = x^2$,
- die Parabel $x = y^2$,
- die kubische Parabel $y = x^3$,

jeweils mit dem Anfangspunkt $(0, 0)^T$ und dem Endpunkt $(1, 1)^T$.