Fakultät für Mathematik
Institut für Analysis und Numerik
Prof. Dr. L. Tobiska
PD Dr. V. John

Magdeburg, den 30.01.2003

Leistungskontrolle Nr. 4, Gruppe C
Grundkurs Analysis
Studiengänge Mathematik, Technomathematik
Wirtschaftsmathematik, Computermathematik und Lehramt

Name:

Studiengang:

Matrikelnummer:

Achtung: Es werden nur Lösungen bewertet, deren Lösungsweg klar erkennbar ist. Alle Aussagen sind zu begründen und Nebenrechnungen sind abzugeben. Aus der Vorlesung bekannte Sachverhalte können vorausgesetzt werden.

1. Man berechne folgende Grenzwerte

$$\lim_{x\to 2} \frac{x-2}{x^2+6x-16}, \qquad \lim_{x\to 0} \frac{\cos(x)(e^x-1)}{x}.$$

3 Punkte

2. Man untersuche die Stetigkeit der Funktion $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ mit

$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{x^3y^3}{x^6+y^6} & (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & (x,y) = (0,0) \end{cases}$$

im Punkt $(0,0)$. **2 Punkte**

3. Man untersuche, ob die Funktion

$$f(x) = \sin\left(\frac{\pi}{2}x\right) + 5\cos(2\pi x) + 13x - e^{x-1}$$

im Intervall $[0,2]$ den Funktionswert 28 annimmt. **2 Punkte**

4. Man untersuche die folgenden Reihen auf Konvergenz

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(3n)!}{(2n+1)!n!4^n}, \qquad \sum_{n=1}^{\infty} \left(\tan\left(\frac{1}{n}\right)\right)^n, \qquad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2+n}{n^4+11n^3+3}, \qquad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{\ln(n+3)}.$$

6 Punkte

5. Wann nennt man eine Reihe $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ absolut konvergent ? Man untersuche folgende Reihe auf Konvergenz und absolute Konvergenz

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{\sqrt[3]{n+1}}.$$

4 Punkte