Fakultät für Mathematik
Institut für Analysis und Numerik
Prof. Dr. L. Tobiska
Dr. V. John

Magdeburg, den 11.11.2002

Leistungskontrolle Nr. 1, Gruppe A
Grundkurs Analysis
Studiengänge Mathematik, Technomathematik
Wirtschaftsmathematik, Physik und Lehramt

Name:

Studiengang:

Matrikelnummer:

Achtung: Es werden nur Lösungen bewertet, deren Lösungsweg klar erkennbar ist. Alle Aussagen sind zu begründen und Nebenrechnungen sind abzugeben. Aus der Vorlesung bekannte Sachverhalte können vorausgesetzt werden.

1. Man forme
$$\sin(\alpha - \beta + \gamma)$$
so um, daß man einen Ausdruck enthält, in dem nur Funktionen der Form $\sin x$ und $\cos x$ mit $x \in \{\alpha, \beta, \gamma\}$ auftreten. **2 Punkte**

2. Man vereinfache
$$\log_{\sqrt[7]{x}} x^6, \quad \log_y x + \log_{y^2} x.$$
2 Punkte

3. Man beweise mit vollständiger Induktion
$$\frac{1}{1\cdot 2} + \frac{1}{2\cdot 3} + \frac{1}{3\cdot 4} + \cdots + \frac{1}{n\cdot(n+1)} = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{i(i+1)} = \frac{n}{n+1}.$$
5 Punkte

4. Man zeige, daß für beliebige Mengen U, V, W, X gilt
$$(U \setminus (V \cap W)) \times X = (U \setminus V) \times X \cup (U \setminus W) \times X.$$
4 Punkte

5. Man untersuche, ob folgende Teilmengen $F \subset \mathbb{R} \times \mathbb{R}$ Abbildungen von $\mathbb{R}$ in $\mathbb{R}$ sind :
   i) $F = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \ : \ y = \tan x\}$,
   ii) $F = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \ : \ y^2 = x^2\}$.

   2 Punkte

6. Man untersuche folgende Funktionen auf Injektivität, Surjektivität und Bijektivität :
   i) $F \ : \ \mathbb{R} \to \mathbb{R}^+$ mit $F(x) = e^{(x^3)}$,
   ii) $F \ : \ [\pi, 2\pi] \to [-1, 1]$ mit $F(x) = \sin x$.

   2 Punkte