

# Modellierung multivariater Szenariobäume für die Optimierung von Energieportfolios

Dipl.-Math. **H. Heitsch**, Humboldt-Universität, Berlin

## Kurzfassung

Moderne Energiemanagementmodelle, die Volatilitäten und Risiken in der Planung gleichermaßen berücksichtigen, führen in der mathematischen Formulierung häufig zu hochdimensionalen mehrstufigen stochastischen Optimierungsproblemen. Wesentlich ist dabei die adäquate Einbeziehung von unsicheren Daten wie beispielsweise elektrische Last, Spotpreise, Zuflüsse und Brennstoffpreise. Die Wahrscheinlichkeitsverteilung dieser Daten kann in Form multivariater Szenariobäume approximiert werden. Ein Szenariobaum reflektiert alle möglichen Realisierungen (Szenarien) der Zufallsdaten versehen mit der jeweiligen Eintrittswahrscheinlichkeit. Die Abbildung des Zufalls und die damit verbundene Konstruktion multivariater Szenariobäume als Input für das Optimierungsproblem ist derzeit ein sehr aktuelles und breites Aufgabengebiet. Der hier vorgestellte Ansatz basiert auf der schrittweisen Bündelung ähnlicher Szenarien, wobei dem Problem angepasste Wahrscheinlichkeitsmetriken verwendet werden, die sowohl Nähe von Szenarien als auch deren Wahrscheinlichkeiten berücksichtigen. Ausgangspunkt für die Methode sind eine große Anzahl von Datenszenarien, die aus historischen Daten, mit statistischen Modellen oder aus Expertenszenarien generiert werden können.

## 1 Einleitung

Infolge der Liberalisierung der Strommärkte sind die Anforderungen an das Portfoliomanagement in der Energiewirtschaft weiter gestiegen. Zunehmende Volatilitäten und höhere Risiken führten in der Vergangenheit zu einem ständig wachsenden Interesse an leistungsfähigen Optimierungsmodellen, die sowohl Unsicherheit als auch Risiko im immer stärkeren Umfang berücksichtigen. Bei der Optimierung in der Energiewirtschaft kommen derzeit im wesentlichen zwei Ansätze zur Anwendung. Die Bestimmung des Energieportfolios kann auf Grundlage von Prognosen für den kommenden Planungszeitraum oder auf Grundlage möglicher Szenarien erfolgen, wobei jedes Szenario mit einer gewissen Eintrittswahrscheinlichkeit versehen ist. Während die prognosebasierte Variante vorwiegend in der kurzfristigen Planung zum Einsatz kommt, stellt die szenariobasierte Variante bei der mittel- und insbesondere langfristigen Planung das geeignetere Planungsinstrument für Stromversorger dar (siehe [7, 8, 13, 18]). Die Vorteile der Optimierung auf Grundlage von Szenarien liegt in der höheren Flexibilität auf verschiedene zukünftige Ereignisse und Trends reagieren zu können. Die Entscheidungen

werden dabei so getroffen, dass der erwartete Gewinn maximiert bzw. die erwarteten Kosten minimiert werden. Simultan kann zusätzlich das Risiko der Entscheidung durch Verwendung von Risikofunktionalen wie z.B. VaR (*Value at Risk*) oder CVaR (*Conditional Value at Risk*) kontrolliert werden. Die Kombination aus Erwartungswert- und Risikomodellen führt zu sogenannten *Mean-Risk*-Modellen [4, 5, 15].

Mit den Szenarien und deren Eintrittswahrscheinlichkeiten soll die Wahrscheinlichkeitsverteilung der unsicheren Daten möglichst genau wiedergegeben werden. Da die zugrunde liegende Verteilung in der Regel nicht bekannt ist, wird bei der Ermittlung der Verteilung auf historische Daten zurückgegriffen. Mit statistischen Methoden wie z.B. Dekomposition, Trendschätzung, Zeitreihenanalyse usw. wird zunächst ein stochastisches Modell aufgestellt mit dem dann eine große Zahl von Szenarien für den Planungszeitraum simuliert werden kann [2]. Auch die direkte Verwendung historischer Daten oder von Expertenszenarien ist möglich.

Insbesondere bei längeren Zeithorizonten erweist es sich als zweckmäßig, die Szenarien in Form eines Szenariobaums zu strukturieren. Wiederholte Verzweigungen von Szenarien widerspiegeln dabei die Möglichkeit, innerhalb des Planungszeitraums auf gewonnene Beobachtungen durch Änderung von Positionen im Portfolio geeignet zu reagieren. Mathematisch führt dieser Ansatz zu mehrstufigen stochastischen Optimierungsproblemen [1, 17]. Durch mehrstufigen Modelle werden in der Regel sehr robuste Lösungen generiert.

## 2 Stochastische Datenprozesse

Mathematisch stellen Szenarien Realisierungen eines multivariaten zeitdiskreten stochastischen Prozess dar. Sie dienen als Eingangsdaten für das stochastische Optimierungsproblem. Dabei werden die zufallsbehafteten Daten elektrische Last, Spotpreise, Zuflüsse, Brennstoffpreise usw. zu einem gemeinsamen zeitabhängigen Zufallsvektor  $\xi_t$  mit Werten in  $\mathbb{R}^d$  zusammengefasst. Bei einer Diskretisierung des Planungszeitraums in  $T$  Zeitperioden (häufig wird der Zeitraum äquidistant in Einzelstunden unterteilt) erhält man einen Zufallsvektor  $\xi = (\xi_1, \dots, \xi_T) \in \mathbb{R}^{Td}$  für den gesamten Planungszeitraum, der sich aus den Einzelkomponenten für alle Zeitperioden zusammensetzt.

Der multivariate stochastische Datenprozess  $\xi$  ist auf einem Wahrscheinlichkeitsraum  $(\Omega, \mathcal{F}, \mathbb{P})$  definiert. Obwohl der dem Prozess zugrunde liegende Wahrscheinlichkeitsraum im Allgemeinen nicht endlich sein muss, wird dieser gewöhnlich durch einen endlichen ersetzt, um die numerische Behandelbarkeit des Optimierungsproblems zu gewährleisten. Das führt zu endlich vielen Szenarien  $\xi^i = (\xi_1^i, \dots, \xi_T^i)$  versehen mit gewissen Wahrscheinlichkeiten  $p_i$ ,  $i = 1, \dots, N$ . Um dennoch eine gute Approximation zu garantieren, sollte die Anzahl der Szenarien  $N$  nicht zu klein sein. Die Szenarien  $\xi^i$  und deren Wahrscheinlichkeiten  $p_i$  definieren zusammen eine Wahrscheinlichkeitsverteilung  $P$ .

Die Bilder 1 und 2 zeigen charakteristische Szenarien eines Last- und Preisprozess innerhalb eines Kalenderjahres. Typisch für den Lastverlauf sind die Tages- und Wochenzyklen sowie die saisonalen Verschiebungen. Bei den Spotpreisen zeigt sich zusätzlich die besondere Volatilität in den über das Jahr verteilten Preisspitzen, den sogenannten *Spikes*.

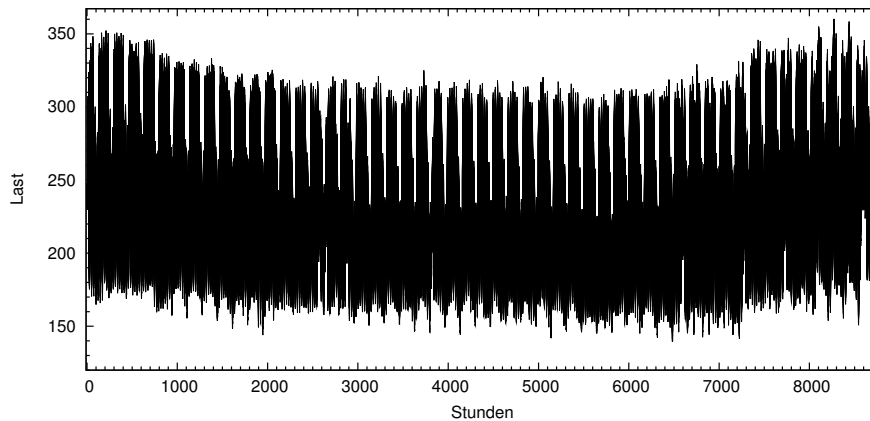


Bild 1: Last-Szenarien für ein Jahr

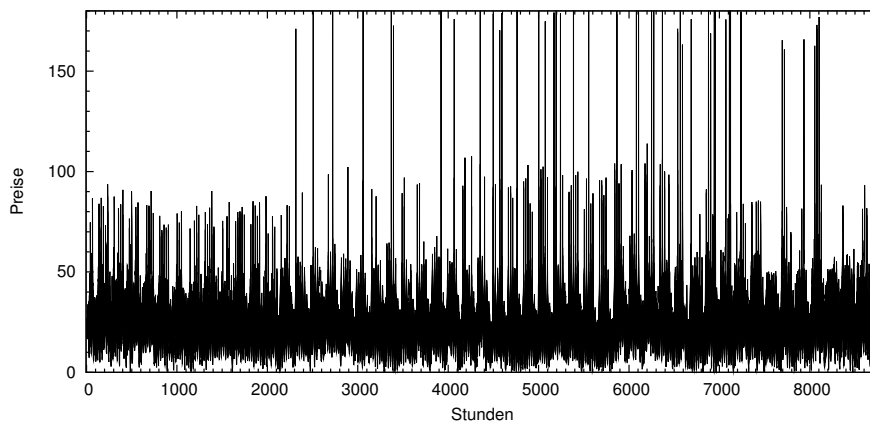


Bild 2: Spotpreis-Szenarien für ein Jahr

### 3 Konstruktion von Szenariobäumen

Die hier vorgestellte Methode zur Konstruktion von Szenariobäumen basiert auf einer wiederholten Anwendung von Techniken der Szenarioreduktion (siehe [3] und [9]). Bei der Szenarioreduktion besteht die Idee darin, jeweils ähnliche Szenarien zusammenzufassen, indem eines der Szenarios gestrichen und seine Wahrscheinlichkeitsmasse dem verbleibenden Szenario zugeschrieben wird.

### 3.1 Optimale Szenarioreduktion

Ziel der Szenarioreduktion ist es, die Anzahl gegebener Szenarien zu verringern. Die Verringerung der Szenarien erfolgt dabei so, dass gleichzeitig die Verteilungsinformation möglichst wenig verändert wird und damit die Lösung des Optimierungsproblems stabil bleibt. Zu diesem Zweck benötigt man geeignete Wahrscheinlichkeitsmetriken, die den Abstand zwischen Verteilungen messen können. Stabilitätsuntersuchungen stochastischer Optimierungsprobleme führen zu sogenannten  $L_r$ -minimalen oder Wasserstein-Metriken (vgl. [12, 14, 16]). Der Abstand  $\ell_1(P, Q)$  zweier diskreter Verteilungen  $P$  und  $Q$  mit den Szenarien

$$\text{supp}(P) = \{\xi^1, \dots, \xi^N\} \quad \text{und} \quad \text{supp}(Q) = \{\tilde{\xi}^1, \dots, \tilde{\xi}^M\}$$

und den Wahrscheinlichkeiten

$$p_i = P(\{\xi^i\}) \quad \text{und} \quad q_j = Q(\{\tilde{\xi}^j\})$$

ist Lösung eines Transport-Problems der Form

$$\ell_1(P, Q) = \min \left\{ \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M \|\xi^i - \tilde{\xi}^j\| \eta_{ij} \mid \eta_{ij} \geq 0, \sum_{k=1}^M \eta_{ik} = p_i, \sum_{k=1}^N \eta_{kj} = q_j \right\}. \quad (1)$$

Bei der Szenarioreduktion ist  $Q$  eine Verteilung, die durch Streichen von Szenarien aus  $P$  entsteht, d.h. es gilt  $\text{supp}(Q) \subset \text{supp}(P)$ . Wenn  $J \subset \{1, \dots, N\}$  die Indexmenge der zu streichenden Szenarien bezeichnet, so gilt nach [3, Theorem 3.1] für eine Verteilung  $Q^*$  mit Träger  $\xi^j$ ,  $j \notin J$  und kleinstem  $\ell_1$ -Abstand zu  $P$ :

$$D_J := \ell_1(P, Q^*) = \sum_{i \in J} p_i \min_{j \notin J} \|\xi^i - \xi^j\| \quad \text{und} \quad (2)$$

$$q_j^* = p_j + \sum_{\substack{i \in J \\ j(i)=j}} p_i \quad \text{mit} \quad j(i) \in \arg \min_{l \notin J} \|\xi^i - \xi^l\|, \quad j \notin J. \quad (3)$$

Das heißt, Formel (3) beschreibt eine Regel, wie die Wahrscheinlichkeiten gestrichener Szenarien optimal auf die verbleibenden Szenarien verteilt werden können. Die Regel besagt, dass die Wahrscheinlichkeit eines gestrichenen Szenarios zu der Wahrscheinlichkeit eines in Bezug auf den Normabstand nächstgelegenen Szenarios addiert wird. Darüber hinaus ist durch Formel (2) eine explizite Lösung des Transportproblems (1) gegeben.

Auf dieser Grundlage wurden in [3, 9] ein Vorwärts- und Rückwärtsalgorithmus zur Szenarioreduktion entwickelt, welche die Szenarienzahl einer gegebenen Verteilung  $P$  auf eine beliebige Anzahl reduzieren können. Die Idee des Vorwärtsalgorithmus besteht im fortlaufenden Auswählen verbleibender Szenarien, bis eine gewünschte Anzahl erreicht ist. Dabei kommt wiederholt Formel (2) für Indexmengen  $J$  mit absteigender Kardinalität zur Anwendung. Genau umgekehrt wird beim Rückwärtsalgorithmus vorgegangen. Durch wiederholte Anwendung

von Formel (2) für Indexmengen  $J$  mit wachsender Kardinalität, werden bei der Rückwärtsvariante nacheinander bis zur gewünschten Anzahl Szenarien für das Streichen ausgewählt.

*Vorwärtsalgorithmus Szenarioreduktion*

Schritt 0: Setze  $J^0 := \{1, \dots, N\}$

Schritt  $m+1$ : Wähle  $u^{m+1} \in \arg \min_{u \in J^m} D_{J^m \setminus \{u\}}$

Setze  $J^{m+1} := J^m \setminus \{u^{m+1}\}$

Ende: Optimale Neuverteilung (3) mit  $J := J^n$

*Rückwärtsalgorithmus Szenarioreduktion*

Schritt 0: Setze  $J^0 := \emptyset$

Schritt  $m+1$ : Wähle  $v^{m+1} \in \arg \min_{v \notin J^m} D_{J^m \cup \{v\}}$

Setze  $J^{m+1} := J^m \cup \{v^{m+1}\}$

Ende: Optimale Neuverteilung (3) mit  $J := J^{N-n}$

### 3.2 Szenariobaumkonstruktion

Ausgangspunkt für die Konstruktion von Szenariobäumen sind endlich viele Realisierungen eines stochastischen Prozess (vgl. Abschnitt 2) mit gemeinsamen Anfangspunkt. Das heißt,

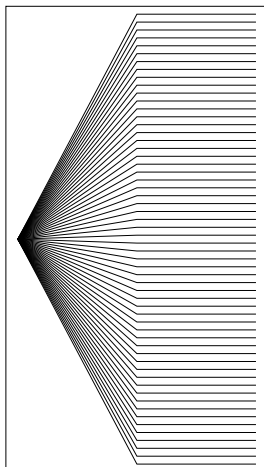


Bild 3: Szenarien in Form eines Szenariofächers

wir betrachten Szenarien  $\xi^i = (\xi_1^i, \dots, \xi_T^i)$ ,  $i = 1, \dots, N$ , in Form eines Szenariofächers (siehe Bild 3) mit  $\xi_1^* = \xi_1^1 = \dots = \xi_1^N$ . Jedes Szenario  $\xi^i$  sei mit einer Wahrscheinlichkeit  $p_i$  versehen. Ein Szenariofächer kann als Szenariobaum mit insgesamt  $1 + N(T - 1)$  Knoten aufgefasst werden, wobei nur nach der ersten Zeitstufe  $t = 1$  verzweigt wird. Die Verteilung

des Fächers sei mit  $P$  bezeichnet. Um weitere Verzweigungen zu erhalten und gleichzeitig die Zahl der Knoten zu verkleinern, soll nun ein Szenariobaum konstruiert werden, dessen Verteilung  $Q_B$  einen vorgegeben Abstand  $\varepsilon$  zu  $P$  nicht überschreitet, d.h. es gelte

$$\ell_1(P, Q_B) \leq \varepsilon. \quad (4)$$

Die Konstruktion des Szenariobaums  $Q_B$  erfolgt durch wiederholtes Anwenden der Szenarioreduktion (Abschnitt 3.1) auf wachsende Zeitintervalle  $\{1, \dots, t\}$  für  $t = 2, \dots, T$ . Dies führt zu einer Bündelung jeweils ähnlicher Szenariopfade bis zum Zeitpunkt  $t$ . Man erhält so schrittweise über die Zeit immer feinere Cluster von Szenarien, wodurch sich eine Baumstruktur ergibt. Das Zusammenlegen von Szenarien erfolgt dabei auf Grundlage der expliziten Formel (2) der optimalen Szenarioreduktion, wobei der Normabstand von Szenarien auf das entsprechende Zeitintervall eingeschränkt wird.

#### Vorwärtsalgorithmus Baumkonstruktion

Wähle  $\varepsilon_t > 0$ ,  $t = 2, \dots, T$ , so dass  $\sum_{t=2}^T \varepsilon_t \leq \varepsilon$ .

Schritt 1: Setze  $I = \{1, \dots, N\}$  und  $C_1 := \{I\}$ .

Schritt t: Es sei  $C_{t-1} = \{I_1, \dots, I_{l_{t-1}}\}$ :

(1) Wähle  $\varepsilon_k \geq 0$ , so dass  $\sum_{k=1}^{l_{t-1}} \varepsilon_k \leq \varepsilon_t$

(2) Für  $k = 1, \dots, l_{t-1}$ : Bestimme eine Teilmenge  $J_k \subseteq I_k$  sowie eine Abbildung  $j_k : I_k \rightarrow I_k \setminus J_k$  (über Szenarioreduktion), so dass

$$j_k(i) = i \text{ für } i \in I_k \setminus J_k \text{ und } \sum_{i \in J_k} p_i \|\xi_t^i - \xi_t^{j_k(i)}\| \leq \varepsilon_k.$$

(3) Setze  $C_t = \{j_k^{-1}(i) : i \in I_k \setminus J_k, 1 \leq k \leq l_{t-1}\}$ , wobei  $j_k^{-1}(i) := \{j \in I_k : j_k(j) = i\}$ .

(4) Definiere eine Abbildung  $\alpha_t : I \rightarrow I$ , so dass  $\alpha_t|_{I_k} \equiv j_k$ .

Schritt T+1: Konstruktion von  $Q_B$ :

Es seien  $C_T = \{I_1^T, \dots, I_{l_T}^T\}$  und  $i_1, \dots, i_{l_T}$  Indizes, so dass  $i_k \in I_k^T$

für alle  $k = 1, \dots, l_T$ . Bestimme Szenarien  $\tilde{\xi}^k$  mit  $\tilde{\xi}_1^k := \xi_1^*$  und

$$\tilde{\xi}_t^k := \xi_t^{\alpha_t(i_k)} \text{ für alle } t = 2, \dots, T \text{ und } k = 1, \dots, l_T. \text{ Setze}$$

$$q_k := \sum_{i \in I_k^T} p_i \text{ und } Q_B := \sum_{k=1}^{l_T} q_k \delta_{\tilde{\xi}^k}.$$

Bild 4 veranschaulicht die Wirkungsweise des Algorithmus an einem Beispiel, wobei die schrittweise Bündelung der Szenarien, von vorn beginnend, deutlich wird. In [11] wird gezeigt, dass für einen mit diesem Algorithmus konstruierten Szenariobaum die Abschätzung (4) gültig ist.

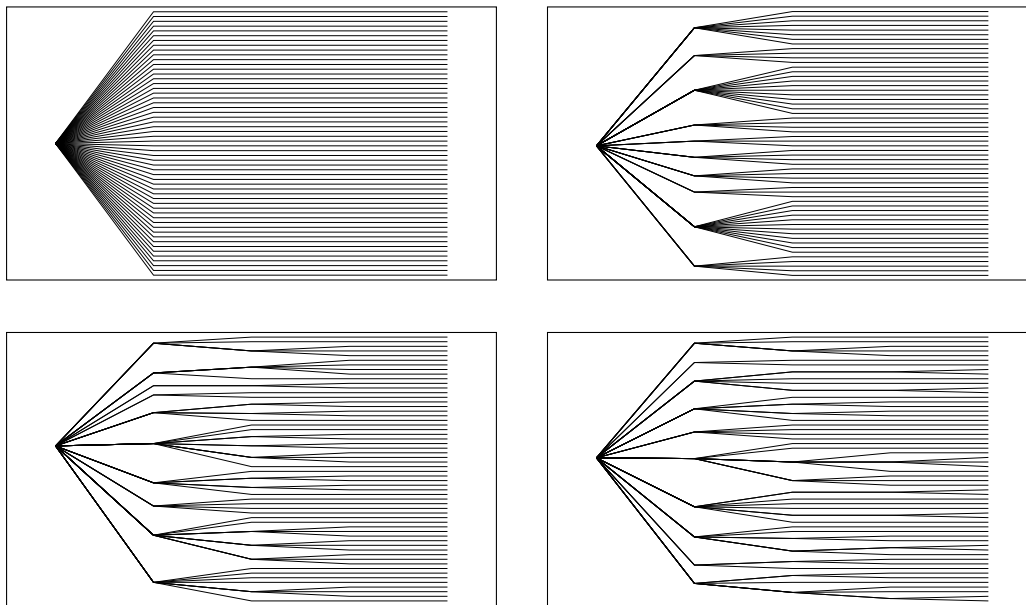


Bild 4: Schrittweise Konstruktion eines Szenariobaums aus einem Szenariofächer

Dasselbe Resultat wird auch für eine Rückwärtsvariante der Baumkonstruktion, die ebenso auf der Szenarioreduktion basiert, gezeigt. Im Gegensatz zu dem hier beschriebenen Vorwärtsalgorithmus startet die Rückwärtsvariante mit der Bündelung von Szenarien von hinten, d.h. die Szenarioreduktion wird wiederholt auf immer kleiner werdende Zeitintervalle angewandt (vgl. [10, 11]).

#### 4 Konstruktion von Szenariobäumen am Beispiel kleiner Marktteilnehmer

Zur Sicherung ihrer Wettbewerbsfähigkeit nutzen auch kleinere Marktteilnehmer wie Stadtwerke zunehmend die Beschaffungsmöglichkeiten über die deutsche Strombörse bzw. die Handelsmöglichkeiten mit derivativen Energieprodukten. Damit setzen sie sich in vollem Umfang dem Preisrisiko durch hochvolatile Spotpreise aus, verfügen jedoch nicht über die personelle und finanzielle Ausstattung großer Handelshäuser zur Abwicklung ihrer Handelsaktivitäten. Daher ist insbesondere die Verwendung eines stochastischen energiewirtschaftlichen Optimierungsmodells, welches alle relevanten Beschaffungsmöglichkeiten der Stadtwerke abbildet und die neu entstandenen Risiken durch die stochastischen Datenprozesse im liberalisierten Strommarkt berücksichtigt, notwendig geworden.

Das in [5, 6] beschriebene Optimierungsmodell ist auf die Bedürfnisse eines deutschen Stadtwerkes zugeschnitten, das eine mittlere Großstadt mit Strom und Wärme zu versorgen hat. Der Wärmebedarf wird dabei komplett durch eine eigene Kraft-Wärme-Kopplungsanlage gedeckt, während zur Deckung des Bedarfs an elektrischer Energie Stromprodukte externer Anbieter

zugekauft werden müssen. Der Planungszeitraum beträgt ein Kalenderjahr und wurde stundenweise diskretisiert. Das risikoorientierte Modell basiert auf einer Vielzahl von Spotpreis- und Lastgangsszenarien sowie Szenarien für die Wärmelast, die mit Hilfe von Monte-Carlo-Simulationen auf Basis geeigneter stochastischer Modelle generiert wurden. Um die für das Optimierungsmodell sinnvolle zeitliche Abfolge von Beobachtungen und Entscheidungen unter sukzessive zunehmender Information realisieren zu können, wurde die in dieser Arbeit beschriebene Szenariobaumkonstruktion verwendet, um für die Verteilung des multivariaten Datenprozess die spezielle Struktur in Form eines Szenariobaums zu generieren.

Tabelle 1: Gegebene Last-/Preisszenarien

Komponenten	Zeitraum	Szenarien	Zeitperioden	Knoten
2 (bivariat)	1 Jahr	58	8 760	508 023

Tabelle 1 gibt die Dimensionen der Ausgangsdaten wieder, aus denen die Szenariobäume konstruiert werden sollten. Die Vorgabe bei der Konstruktion des Baumes war dabei die, dass nur zu Beginn eines jeden Monats verzweigt werden durfte. Das heißt, maximal 12 Verzweigungsstufen wurden zugelassen. Tabelle 2 zeigt die Ergebnisse des Vorwärtsalgorithmus zur

Tabelle 2: Ergebnisse des Vorwärtsalgorithmus zur Baumkonstruktion

$\varepsilon_{rel}$	Szenarien	Knoten	Verzweigungsstufen	Rechenzeiten
0.10	58	447 528	5	6.26 s
0.15	56	418 200	6	6.24 s
0.20	55	392 304	9	6.69 s
0.25	53	361 704	11	6.51 s
0.30	52	334 872	12	6.38 s
0.35	48	304 152	11	6.34 s
0.40	47	271 296	11	6.39 s
0.45	46	242 808	12	8.05 s
0.50	40	203 256	12	6.46 s

Baumkonstruktion mit unterschiedlichen (relativen) Genauigkeiten. Die Aufteilung der Gesamtgenauigkeit  $\varepsilon$  auf die einzelnen Teilschritte und die damit verbundene Wahl der Werte  $\varepsilon_t$  (siehe Abschnitt 3.2) wurde hier linear vorgenommen. Um eine über den Zeitraum möglichst gleichmäßige Verzweigung zu generieren, wurde dabei so vorgegangen, dass die Werte  $\varepsilon_t$  mit wachsendem Parameter  $t$  eine absteigende Folge bilden.



Die Ergebnisse spiegeln im wesentlichen zwei Effekte wider. Je größer die  $\varepsilon$ -Toleranzen gewählt werden desto mehr verringert sich die Anzahl der Knoten in den konstruierten Szenariobäumen. Gleichzeitig vergrößert sich auch die Anzahl der Verzweigungsstufen. Der vollständig in C++ implementierte Algorithmus benötigt für die Berechnung im Durchschnitt unter 7 Sekunden, wobei der wesentlichen Aufwand bei der Berechnung der Szenarioabstände liegt. Alle Rechnungen erfolgten auf einem mit 3 GHz Taktfrequenz und 1 GByte Hauptspeicher ausgestatteten Rechner.

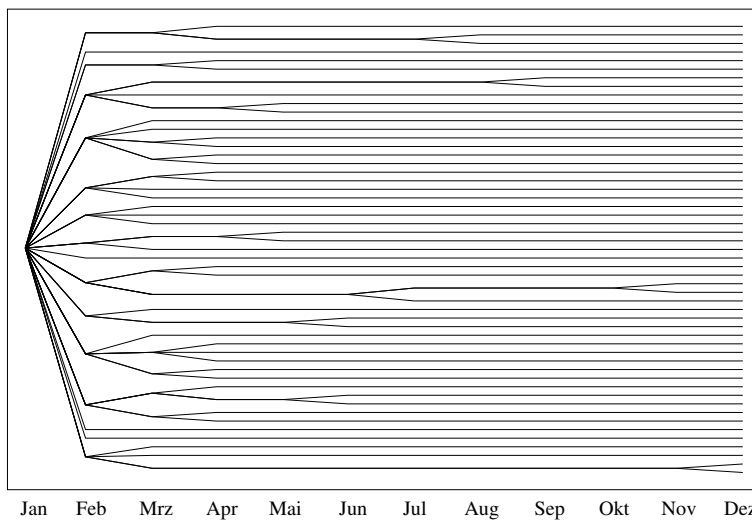


Bild 5: Szenariobaumstruktur für  $\varepsilon_{rel} = 0.25$

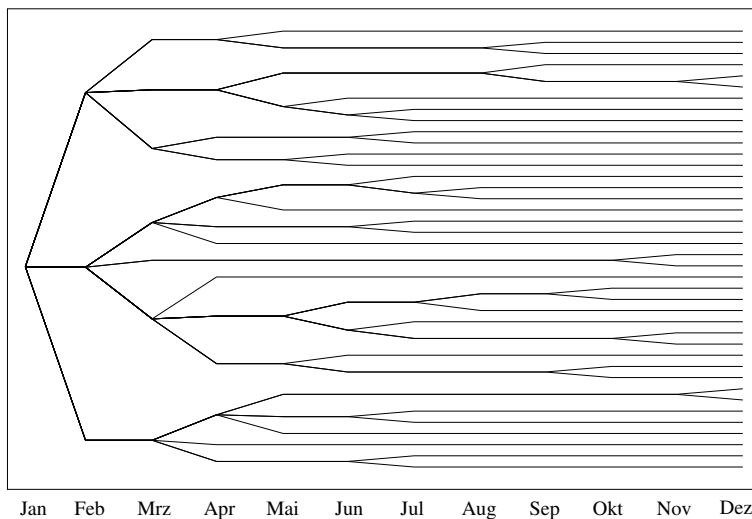


Bild 6: Szenariobaumstruktur für  $\varepsilon_{rel} = 0.50$

Die Bilder 5 und 6 zeigen die Struktur zweier generierter Szenariobäume mit unterschiedlicher Verzweigungsdichte und Anzahl von Knoten. Der erste Szenariobaum umfasst noch insgesamt 53 Szenarien, der zweite nur noch 40. Die Anzahl der Knoten hat sich gegenüber

den Ausgangsdaten deutlich verkleinert. Da die Anzahl der Knoten mit der Anzahl der Variablen im Optimierungsproblem korreliert, bedeuten weniger Knoten auch Reduzierung des Rechenaufwands des Optimierungsproblems.

## Danksagung

Diese Arbeit wurde im Rahmen des BMBF-Projekts „Dezentrale regenerative Energieversorgung“ (Projekt-Nr. 03SF0312E) und des Industrieprojekts „Scenario trees and risk“ mit der Firma EDF (Electricité de France) gefördert.

## Literatur

- [1] Birge, J.R.; Louveaux, F.: Introduction to Stochastic Programming, Springer, New York, 1997.
- [2] Brockwell, P.J.; Davies, R.A.: Introduction to Time Series and Forecasting, Springer, New York 1996.
- [3] Dupačová, J.; Gröwe-Kuska, N.; Römisch, W.: Scenario reduction in stochastic programming: An approach using probability metrics, Mathematical Programming Ser. A 95 (2003), 493–511.
- [4] Eichhorn, A., Römisch, W.: Polyhedral risk measures in stochastic programming, SIAM Journal on Optimization 16 (2005), 69–95.
- [5] Eichhorn, A., Römisch, W., Wegner, I.: Mean-risk optimization of electricity portfolios using multiperiod polyhedral risk measures, IEEE St. Petersburg PowerTech Proceedings 2005.
- [6] Eichhorn, A., Römisch, W.; Wegner-Specht, I.: Simultane Optimierung von Risiko und Ertrag am Beispiel eines Strombeschaffungsportfolios eines kleineren Marktteilnehmers, Optimierung in der Energiewirtschaft, VDI-Berichte 1908, VDI-Verlag, Düsseldorf 2005.
- [7] Fleten, S.-E.; Wallace, S.W.; Ziemba, W.T.: Hedging electricity portfolios via stochastic programming, Decision Making under Uncertainty: Energy and Power (C. Greengard and A. Ruszczyński Eds.), IMA Volumes in Mathematics and its Applications Vol. 128, Springer, New York 2002, 71–93.
- [8] Gröwe-Kuska, N.; Römisch, W.: Stochastic unit commitment in hydro-thermal power production planning, Applications of Stochastic Programming (S.W. Wallace, W.T. Ziemba Eds.), MPS-SIAM Series in Optimization 2005 (erscheint).
- [9] Heitsch, H.; Römisch, W.: Scenario reduction algorithms in stochastic programming, Computational Optimization and Applications 24 (2003), 187–206.
- [10] Heitsch, H.; Römisch, W.: Generation of multivariate scenario trees to model stochasticity in power management, IEEE St. Petersburg PowerTech Proceedings 2005.
- [11] Heitsch, H.; Römisch, W.: Scenario tree modelling for multistage stochastic programs, Preprint, Humboldt-Universität zu Berlin, Institut für Mathematik, 2005.
- [12] Heitsch, H.; Römisch, W.; Strugarek, C.: Stability of multistage stochastic programs, Stochastic Programming E-Print Series 2005 (<[www.speps.info](http://www.speps.info)>)

- [13] Krasenbrink, B.: Integrierte Jahresplanung von Elektrizitätserzeugung und -handel, ABEV Band 81, Klinkenberg Verlag, Aachen, 2002.
- [14] Rachev, S. T.; Römisch, W.: Quantitative stability in stochastic programming: The method of probability metrics, *Mathematics of Operations Research* 27 (2002), 792–818.
- [15] Rockafellar, R. T.; Uryasev, S.: Conditional value-at-risk for general loss distributions, *Journal of Banking & Finance* 26 (2002), 1443–1471.
- [16] Römisch, W.: Stability of Stochastic Programming Problems, in: *Stochastic Programming* (A. Ruszczyński and A. Shapiro Eds.), *Handbooks in Operations Research and Management Science*, Volume 10, Elsevier, Amsterdam 2003, 483–554.
- [17] Ruszczyński, A.; Shapiro, A. (Eds.): *Stochastic Programming*, *Handbooks in Operations Research and Management Science*, Volume 10, Elsevier, Amsterdam 2003.
- [18] Schmöller, H.K.: Modellierung von Unsicherheiten bei der mittelfristigen Stromerzeugungs- und Handelsplanung, *Aachener Beiträge zur Energieversorgung*, Band 103, Klinkenberg Verlag 2005.