

# SCENRED — Optimale Reduktion von Datenszenarien

*Dr. rer. nat. N. Gröwe-Kuska, Dipl.-Math. H. Heitsch, Univ.-Prof. Dr. sc. nat. W. Römisch*

Humboldt–Universität Berlin, Institut für Mathematik, Unter den Linden 6, 10099 Berlin

**Zusammenfassung.** Wir stellen das Werkzeug GAMS/SCENRED vor, das in Zusammenarbeit mit der GAMS Development Corporation, Washington DC, und der GAMS Software GmbH, Köln, entwickelt wurde, um Szenarioreduktionstechniken für stochastische Optimierungsprobleme in GAMS-Programme zu integrieren.

## 1 Einleitung

Moderne Werkzeuge für die kurz- und langfristige Planung im liberalisierten Strommarkt berücksichtigen den zufälligen Charakter von Eingangsdaten wie Strompreise und Last. Aus mathematischer Sicht stellen diese Planungswerkzeuge stochastische Optimierungsmodelle dar. Ihre numerische Lösung beruht oftmals auf diskreten Approximationen der zufälligen Datenprozesse in Form von Szenarien mit zugehörigen Wahrscheinlichkeiten. Dabei entstehen große deterministische Optimierungsprobleme mit spezieller Struktur, die mit passenden Optimierungsalgorithmen gelöst werden.

Bei der Approximation der Datenprozesse steht der Modellentwickler vor einem Dilemma: Er muß einerseits viele Szenarien berücksichtigen, um die zufälligen Datenprozesse gut zu approximieren. Andererseits werden dadurch praxisrelevante Modelle zu komplex, um sie lösen zu können. Die Verwendung von Szenarioreduktionsalgorithmen bietet dem Modellentwickler einen Ausweg aus seinem Dilemma. Die Algorithmen erlauben es, eine Teilmenge (mit vorgegebener Kardinalität oder Approximationsgenauigkeit) aus einer anfänglich großen Menge von Szenarien auszuwählen. Die Dimension der zugehörigen Optimierungsmodelle wird dadurch verringert; die Modelle können mit vertretbarem Aufwand gelöst werden.

## 2 Szenarioreduktion für stochastische Optimierungsmodelle

Mit Reduktionsalgorithmen werden Szenariomengen oder Szenariobäume ausgedünnt. Die Reduktionsalgorithmen in [4, 9] bestimmen eine Teilmenge der Szenarien, die aus der initialen Menge zu streichen sind und weisen den verbliebenen Szenarien neue Wahrscheinlichkeiten zu.

Die Algorithmen lassen sich als spezielle, auf stochastische Optimierungsverfahren zugeschnittene Cluster-Verfahren charakterisieren. Sie basieren auf Forschungsergebnissen zur Stabilität von Optimalwerten und -lösungen stochastischer Optimierungsmodelle. Die Genauigkeit der Approximation der Datenprozesse, insbesondere der Abstand zwischen der initialen und reduzierten Approximation wird durch Wahrscheinlichkeitsmetriken gemessen. In Kontrast zu Standard-Cluster-Verfahren werden dadurch sowohl Abstände zwischen Szenariopaaren, als auch Szenariowahrscheinlichkeiten berücksichtigt.

Das Reduktionskonzept ist allgemein und universell. Es werden keine Voraussetzungen an die zufälligen Datenprozesse (bzgl. der Abhängigkeit oder Korrelationsstruktur der Szenarien, bzgl. der Wahrscheinlichkeiten oder bzgl. der Dimension der Datenprozesse) oder an die abstrakte Struktur der Szenarien (mit oder ohne Baumstruktur) gestellt. Die Reduktionsalgorithmen können stärker auf die Optimierungsmodelle zugeschnitten werden, wenn der Nutzer zusätzliche Informationen zum Modell liefert: Wie viele Entscheidungsstufen hat das Modell? An welcher

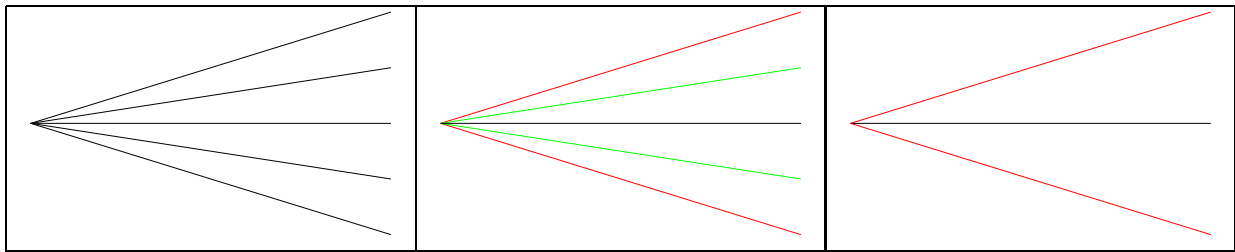


Abbildung 1: Schrittweises Streichen von Szenarien mit Backward-Verfahren

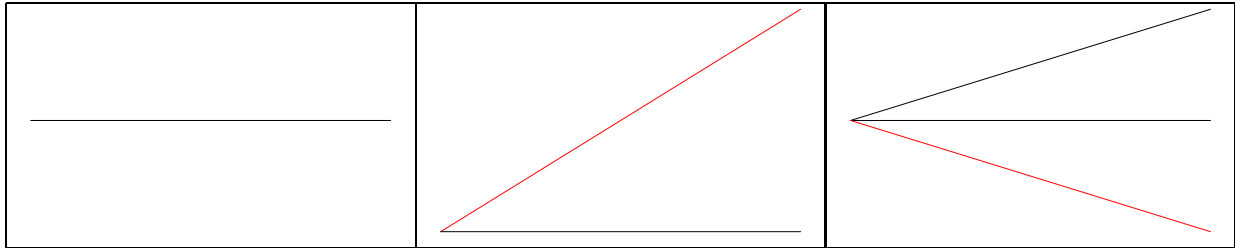


Abbildung 2: Schrittweise Aufbau der reduzierten Szenariomenge mit Forward-Verfahren

Stelle (Zielfunktion, rechte Seite, Technologiematrix) gehen die zufälligen Datenprozesse in das Modell ein?

### 3 Reduktionsalgorithmen in SCENRED

In [4, 9] werden eine Reihe von Algorithmen zur Szenarioreduktion beschrieben. Sie lassen sich zwei gegensätzlichen Vorgehensweisen zuordnen. Bei **Backward-Verfahren** werden sukzessive Indexmengen von zu streichenden Szenarien bestimmt. Bei **Forward-Verfahren** wird schrittweise die Indexmenge der Szenarien aufgebaut, die die reduzierte Szenariomenge darstellt. Anschließend werden bei beiden Verfahrensklassen optimale Wahrscheinlichkeiten für die Szenarien der reduzierten Menge bestimmt. Gestrichene Szenarien haben Wahrscheinlichkeit Null. Die gegensätzliche Vorgehensweise bei Backward- und Forward-Verfahren wird in den Abbildungen 1,2 illustriert.

Backward- und Forward-Verfahren können zur Lösung zweier Aufgabenstellungen genutzt werden: (i) zur Bestimmung einer reduzierten Szenariomenge vorgegebener Kardinalität sowie (ii) zur Bestimmung von Indexmengen mit maximaler Kardinalität für die zu streichenden Szenarien unter Erhaltung einer vorgegebenen Approximationsgenauigkeit (Maximale Reduktionsstrategie).

Die **Programmbibliothek SCENRED** bietet drei Reduktionsalgorithmen: Ein schnelles Backward-Verfahren (Fast-Backward) und zwei kombinierte Verfahren (Fast-Backward/Forward-Verfahren, Fast-Backward/Backward-Verfahren). Die Verfahren unterscheiden sich in Bezug auf Genauigkeit und Laufzeit. Für die optimale Auswahl eines Verfahrens hinsichtlich der Laufzeit ist nicht die Dimension des Datenprozesses, sondern die Anzahl der Szenarien vor und nach der Reduktion ausschlaggebend. Vergleicht man die durchschnittliche Laufzeit, dann ist für große Szenarioanzahlen das Fast-Backward-Verfahren den anderen Verfahren überlegen. Die Ergebnisse der Forward- und Backward-Verfahren sind genauer, benötigen aber mehr Rechenzeit. Das Forward-Verfahren ist hinsichtlich der Reduktionsgenauigkeit der beste Algorithmus, kann aber nur für eine starke Ausdünnung empfohlen werden, d.h., wenn sehr viele Szenarien gestrichen werden sollen. Bei den kombinierten Verfahren werden vorläufige Reduktionsergebnisse des Fast-Backward-Verfahrens durch ein Nachschalten der Forward- und



```

        GT      300
        / ;
PARAMETERS      eta(j)  Wirkungsgrad Pumpen PSW j
        / PSW1  0.8
           PSW2  0.7
        / ;

$INCLUDE incl_stoch_preis.txt

PARAMETERS      r(n)    Reserveleistung im Knoten n ;
        r(n) = 0.03 * d(n) ;
usw.

VARIABLES
        p(i,n)  Leistungswerte der Kraftwerke i
        v(j,n)  Turbinenwerte der Pumpspeichereinheiten j
        w(j,n)  Pumpwerte der Pumpspeichereinheiten j
        l(j,n)  Fuellstaende der Pumpspeichereinheiten j
        z_e(n)  Bezug- und Lieferung Einzelstunden
        z_b(m)  Bezug- und Lieferung Baseload
        z_p(m)  Bezug- und Lieferung Peakload
        cost    Gesamt-Kosten (Zielfunktionswert) ;

EQUATIONS
        last_res(n,m)  Lastdeckung
        reserve_res(n) Reservevorhaltung
        p_max_res(i,n) max. Leistung Kraftwerke
        p_min_res(i,n) min. Leistung Kraftwerke
        usw.
        ziel_funktion  Zielfunktion;

p_max_res(i,n) ..      p(i,n) =l= p_max(i) ;
p_min_res(i,n) ..      p(i,n) =g= p_min(i) ;
reserve_res(n) ..      sum(i,p_max(i)-p(i,n)) =g= r(n) ;
        usw.

MODEL small_portfolio / all / ;

OPTION lp = CPLEX ;

SOLVE small_portfolio using lp minimizing cost ;

DISPLAY p.l, v.l, w.l, z_e.l, z_b.l, z_p.l, cost.l ;

```

Der Aufruf von SCENRED zur Szenarioreduktion kann erfolgen, wenn die Szenarien im GAMS-Programm definiert, d.h., mit Werten belegt wurden. Tabelle 2 zeigt die typische Anordnung von Anweisungen in einem GAMS/SCENRED-Programm.

Die Verwendung von Szenarioreduktionstechniken zur Lösung stochastischer Optimierungsprobleme erfordert es, das Design der GAMS-Programme anzupassen. Durch die Reduktion werden sowohl die Indexmengen der Szenarien, als auch die Szenariowahrscheinlichkeiten (alle Knotenwahrscheinlichkeiten für Szenarien mit Baumstruktur) verändert. Diese Eigenschaften

<b>Komponente</b>	<b>Inhalt</b>
1. DATEN	<ul style="list-style-type: none"> <li>◦ Deklaration und Definition von Modellparametern</li> <li>◦ <code>\$libinclude scenred.gms</code></li> <li>◦ Zuweisungen</li> <li>◦ Display-Anweisungen</li> </ul>
2. SCENRED	<ul style="list-style-type: none"> <li>◦ Export der initialen Szenarien von GAMS nach SCENRED</li> <li>◦ Aufruf von SCENRED</li> <li>◦ Import der reduzierten Szenarien von SCENRED nach GAMS</li> </ul>
3. MODELL	<ul style="list-style-type: none"> <li>◦ Deklaration der Optimierungsvariablen</li> <li>◦ Deklaration der Modellgleichungen</li> <li>◦ Definition der Modellgleichungen (für die reduzierten Szenarien)</li> <li>◦ Definition &amp; Lösen des Modells</li> </ul>

Tabelle 2: Aufbau von GAMS/SCENRED Programmen

müssen bei der Modellentwicklung berücksichtigt werden, um die Modelle ausschließlich für die reduzierte Szenariomenge generieren und lösen zu können.

Die **SCENRED Eingabeparameter** umfassen

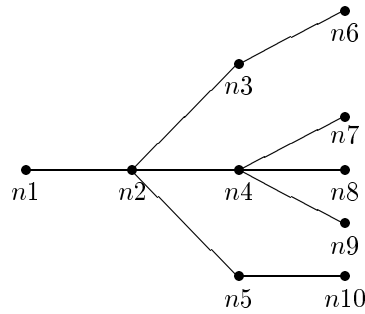
- Indexmenge der Szenarien bzw. Knoten
- Szenariowerte,
- Szenariowahrscheinlichkeiten (Knotenwahrscheinlichkeiten bei Szenariobäumen)
- Ein Parameter **ScenRedParms** mit statistische Angaben zu den Szenarien (Anzahl der Knoten, Blätter, Zeitschritte, Anzahl der zufälligen Werte pro Knoten) und zum Reduktionsziel (Szenarien in reduzierter Menge oder eine maximale prozentuale Reduktionsstärke)
- Eine Inzidenzmatrix (Vorgängermatrix), die die abstrakte Struktur der Szenarien beschreibt. In GAMS/SCENRED wird dies durch eine dynamische Menge (**dynamic set**) realisiert, die zu jedem Knoten den eindeutigen Vorgänger angibt. Ein Beispiel ist in Abbildung 4 enthalten.

Die reduzierten Szenariomengen werden durch folgende **SCENRED Ausgabeparameter** dargestellt:

- Ein Parameter **ScenRedReport**, der statistische Angaben enthält: Anzahl der Fehlermeldungen, Laufzeit von SCENRED, verwendeter Algorithmus, Anzahl der Szenarien und Knoten vor und nach der Reduktion, absolute und relative Reduktionsstärke
- Indexmenge der verbliebenen Szenarien
- Optimale (Knoten-)Wahrscheinlichkeiten der reduzierten Szenariomenge

**SCENRED Optionen** erlauben es, Dateinamen zu übermitteln, die Reduktionsalgorithmen an das Optimierungsmodell anzupassen und den Ablauf von SCENRED zu kontrollieren:

- Änderung der Standard-Namen für Ein- und Ausgabedateien
- Auswahl eines Reduktionsalgorithmus



Knoten/Vorgänger	n1	n2	n3	n4	n5	n6	n7	n8	n9	n10
n1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
n2	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0
n3	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0
n4	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0
n5	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0
n6	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0
n7	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0
n8	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0
n9	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0
n10	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1

Abbildung 3: Vorgängermatrix für Szenariobaum mit Knotenmenge  $n1, \dots, n10$

- Beschränkung der SCENRED-Laufzeit
- Zusätzliche Informationen zum Optimierungsmodell (Anzahl der Entscheidungsstufen/ Wo gehen die Szenariowerte in das Modell ein?)

SCENRED enthält eine Reihe von Routinen, um die Eingangsdaten auf Plausibilität zu prüfen. Die **Diagnostik der Daten** umfaßt:

- Test auf Übereinstimmung von Szenariodaten mit den beschreibenden Parametern (Anzahl der Knoten, Blätter, Zeitschritte, Anzahl der zufälligen Werte pro Knoten)
- Bereichstest der statistischen Parameter und Optionswerte
- Test der Szenario- und Knotenwahrscheinlichkeiten. Wenn sich die Szenariowahrscheinlichkeiten nicht zu Eins addieren, werden sie entsprechend skaliert. Falls nur die Szenariowahrscheinlichkeiten, aber nicht die restlichen Knotenwahrscheinlichkeiten gegeben sind, werden sie berechnet.
- Graphentheoretische Test (Orientierung und Kreisfreiheit des Graphen, Test auf unvollständige Szenarien)

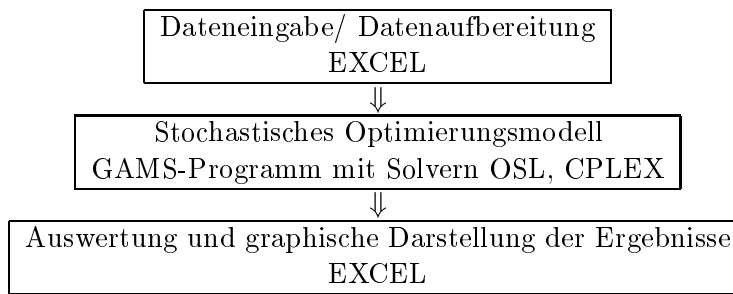


Abbildung 4: Komponenten von Bogenspergers [1] Implementierung für das wöchentliche Portfoliomanagements

## 5 Einsatzmöglichkeiten in der Energiewirtschaft

Die Szenarioreduktionstechniken wurden im akademischen Umfeld zur Lösung von großen Modellen des Stochastic Unit Commitments [6, 5, 8] und des wöchentlichen Portfoliomanagements [7] Szenarien eingesetzt. Die initialen Szenariobäumen enthielten bis zu 4000 Szenarien.

Eine Software-Lösung zum wöchentlichen Portfolio-Management, die auf GAMS und EXCEL basiert, wurde von Dr.-Ing. J. Bogensperger [1] entwickelt. Die Komponenten der Software-Lösung sind in Abbildung 4 veranschaulicht. Diese Lösung löst stochastische Modelle für die wöchentliche Portfoliooptimierung mit 128 Szenarien für die Last- und Preisprozesse in akzeptabler Zeit (ca. 800s auf einem Pentium III mit 500 MHz Taktfrequenz, vgl. [2]); die Lösung von Modellerweiterungen (2187 Szenarien) mit Szenarioreduktionstechniken wird gegenwärtig getestet [2].

## Literatur

- [1] Bogensperger, J.H.: Wochenplanung in Stromhandel und Erzeugung. In: *Optimierung in der Energieversorgung. Planungsaufgaben in liberalisierten Energiemärkten*, VDI-Berichte 1508, VDI-Verlag, Düsseldorf, 1999, 183–189.
- [2] Bogensperger, J.H., Gröwe-Kuska, N.: Wöchentliches Portfolio-Management unter Berücksichtigung eines hydrothermischen Erzeugungssystems. In: *Optimierung in der Energieversorgung*, VDI-Berichte 1627, VDI-Verlag, Düsseldorf, 2001, 51–60.
- [3] Dupačová, J., Consigli, G., Wallace, S.W.: Scenarios for multistage stochastic programs. *Annals of Operations Research* **100** (2000), 25–53.
- [4] Dupačová, J., Gröwe-Kuska, N., Römisch, W.: Scenario reduction in stochastic programming: An approach using probability metrics. Preprint 00-09, Institut für Mathematik, Humboldt-Universität Berlin, 2000. Revidierte Fassung erscheint in *Mathematical Programming*.
- [5] Gröwe-Kuska, N., Nowak, M.P., Römisch, W., Wegner, I.: Optimierung eines hydro-thermischen Kraftwerkssystems unter Ungewissheit. In: *Optimierung in der Energieversorgung. Planungsaufgaben in liberalisierten Energiemärkten*, VDI-Berichte 1508, VDI-Verlag, Düsseldorf, 1999, 147–157.
- [6] Gröwe-Kuska, N., Kiwiel, K.C., Nowak, M.P., Römisch, W., Wegner, I.: Power management in a hydro-thermal system under uncertainty by Lagrangian relaxation. Preprint 99-19, Institut für Mathematik, Humboldt-Universität Berlin, 1999 und in *Decision Making under Uncertainty: Energy and Environmental Models*, IMA Volumes in Mathematics and its Applications, Springer-Verlag (erscheint).
- [7] Gröwe-Kuska, N., Heitsch, H., Römisch, W.: Modellierung stochastischer Datenprozesse für Optimierungsmodelle der Energiewirtschaft. In: *IT-Lösungen für die Energiewirtschaft in liberalisierten Märkten*, VDI-Berichte 1647, VDI-Verlag, Düsseldorf 2001, 69-78.

- [8] Gröwe-Kuska, N., Römisch, W.: Stochastic unit commitment in hydro-thermal power production planning . Preprint 02-3, Institut für Mathematik, Humboldt-Universität zu Berlin, 2002 und eingereicht.
- [9] Heitsch,H., Römisch, W.: Scenario reduction algorithms in stochastic programming. Preprint 01-8, Institut für Mathematik, Humboldt-Universität zu Berlin, 2001.
- [10] Römisch, W.: Optimierungsmethoden für die Energiewirtschaft: Stand und Entwicklungstendenzen. In: *Optimierung in der Energieversorgung*, VDI-Berichte 1627, VDI-Verlag, Düsseldorf, 2001, 23–36.