INFORMACIÓN EMBARGADA HASTA EL MARTES 22 DE AGOSTO, 12:00 HORAS, hora central europea)

Medalla Fields Grigori Perelman

"Por sus contribuciones a la geometría y su revolucionaria profundización en la estructura geométrica y analítica del flujo de Ricci"

El nombre de Gregory Perelman se ha hecho familiar entre el público interesado en cuestiones científicas. Su trabajo del periodo 2002-2003 proporcionó una rompedora visión del estudio de las ecuaciones de evolución y sus singularidades. Y más significativo aún, sus resultados han proporcionado una forma de resolver dos importantes problemas de la topología: la conjetura de Poincaré y la conjetura de la geometrización de Thurston. En el verano de 2006, la comunidad matemática está aún en el proceso de comprobar su trabajo para asegurar que es completamente correcto y que ambas conjeturas pueden considerarse demostradas. Después de más de tres años de intensivo escrutinio, los mayores expertos no han encontrado serias objeciones al trabajo.

Durante décadas, la conjetura de Poincaré ha sido considerada uno de los más importantes problemas de las matemáticas. La cuestión recibió una mayor atención del público en general cuando fue incluido por el Instituto Clay de Matemáticas como uno de los siete "problemas del milenio", para cada uno de los cuales esta institución estableció, en el año 2000, un premio de un millón de dólares por su resolución. El trabajo de Perelman sobre la conjetura de Poincaré supone la primera candidatura seria para obtener uno de estos premios.

La conjetura de Poincaré pertenece a la topología, que estudia las propiedades fundamentales de las formas geométricas, las que permanecen inalteradas cuando se deforman (es decir, se estiran, se doblan o se moldean, pero no se rompen ni agujerean). Un ejemplo sencillo de una forma es el de una 2-esfera (una esfera ordinaria), que es la superficie en dos dimensiones de una bola en un espacio tridimensional. Otra forma de visualizar la 2-esfera es pensar en un disco colocado sobre un plano bidimensional e identificar los puntos de su borde que pasaría a ser el polo norte dela 2-esfera. Aunque globalmente, una 2-esfera es muy diferente de un plano, cada punto de la esfera está en una región que semeja un plano. Esta propiedad de ser localmente como un plano es la propiedad definitoria de una variedad de dimensión 2 o 2-variedad. Otro ejemplo de una 2-variedad es el toro, que es la superficie de un donut.

Aunque localmente la 2-esfera y el toro parecen iguales, globalmente sus topologías son diferentes: sin agujerear una 2-esfera no hay forma de deformarla para convertirla en un toro. He aquí otra manera de ver esta distinción: consideremos un lazo colocado sobre una 2-esfera. No importa donde se coloque, el lazo podrá ser reducido a un punto, y la reducción se puede hacer sin salirse de la esfera. Ahora imaginemos un lazo colocado sobre un toro; si rodea el agujero del toro el lazo no puede ser reducido a un punto. Si el lazo puede ser reducido a un punto en una variedad, ésta se denomina "simplemente conexa". La 2-esfera es de este tipo mientras que el toro no. El análogo de la conjetura de Poincaré en dos dimensiones sería la afirmación de que cualquier 2-variedad simplemente conexa y finita puede ser deformada hasta convertirse en una 2-esfera, y esta afirmación es correcta. Es natural preguntarse entonces ¿qué podemos decir de una 2-variedad que no sea simplemente conexa? Resulta que pueden clasificarse de acuerdo con el número de agujeros que tengan: se pueden deformar hasta convertirse en un toro, o un doble toro (con dos agujeros), o en un triple toro (la superficie de un pretzel), etc. (Uno necesita entonces otras dos hipótesis técnicas en esta cuestión: compacidad y orientabilidad).

La geometría ofrece otra forma de clasificar las 2-variedades. Cuando uno observa topológicamente una variedad no existe la noción de distancia. Si la dotamos de esta cualidad (es decir, añadimos una métrica) y medimos la distancia entre dos de sus puntos obtenemos la noción geométrica de curvatura. Las 2-variedades pueden clasificarse por su geometría: Una 2-variedad con curvatura positiva puede deformarse para convertirse en una 2-esfera; una con curvatura 0 puede deformarse en un toro, y una con curvatura negativa puede deformarse en un toro con más de un agujero.

La conjetura de Poincaré, propuesta originalmente por el matemático francés Henri Poincaré en 1904, se refiere a las variedades de dimensión 3, o 3-variedades. Un ejemplo sencillo de este tipo es la 3-esfera: de forma análoga con la 2-esfera, uno obtiene una 3-esfera tomando una bola en tres dimensiones e identificando los puntos de su contorno en un solo punto. (Igual que el espacio tridimensional es el hogar natural de una 2-esfera, el de una 3-esfera es un espacio cuatridimensional, el cual resulta difícil de visualizar). ¿Puede cada 3-variedad ser deformada para convertirse en una 3-esfera? La conjetura de Poincaré afirma que la respuesta a esta pregunta es que sí.

De igual manera que con las 2-variedades, uno puede pensar en una clasificación de las 3-variedades. En los años 70, el medallista Fields William Thurston hizo una nueva conjetura, que ha sido denominada la conjetura de geometrización de Thurston, que proporciona una forma de clasificar las 3-variedades. Esta conjetura ofrece una visión global de las 3-variedades que incluye la conjetura de Poincaré como un caso especial. Thurston propuso que, de forma análoga al caso de las 2-variedades, las 3-variedades podían ser clasificadas utilizando la geometría. Pero la analogía no llega muy lejos, porque éstas son mucho más diversas y complejas que las 2-variedades.

Thurston identificó y analizó 8 estructuras geométricas y conjeturó que permitían clasificar todas las 3-variedades posibles. Su trabajo revolucionó el estudio de la geometría y la topología. Las ocho estructuras geométricas fueron intensamente investigadas y la conjetura de la geometrización fue verificada en muchos casos. El propio Thurston la demostró en un gran número de variedades. Pero la demostración global de la conjetura permaneció sin resolver.

En 1982, Richard Hamilton identificó una ecuación de evolución particular, llamada "flujo de Ricci", como la clave para resolver las conjeturas de Poincaré y de geometrización de Thurston. El flujo de Ricci es similar a la ecuación del calor, que describe cómo fluye el calor de la parte más caliente de un objeto a la más fría, hasta homogeneizar la temperatura de manera uniforme en todo el objeto. La idea de Hamilton fue utilizar el flujo de Ricci para homogeneizar las 3-variedades y mostrar que su geometría se ajusta a la clasificación de Thurston. Durante más de veinte años, Hamilton y otros especialistas en geometría analítica hicieron grandes progresos en la comprensión del flujo de Ricci, pero no consiguieron resolver el problema de las "singularidades", que son regiones donde la geometría, en lugar de evolucionar hacia la homogeneidad, muestra repentinos e incontrolados cambios.

Así estaban las cosas cuando el trabajo de Perelman apareció en escena. En una serie de artículos, iniciados a finales de 2002 y colocados en un archivo de preprints, Perelman mostró revolucionarios resultados sobre el flujo de Ricci y sus singularidades. Proporcionó nuevas formas de analizar la estructura de las singularidades y mostró cómo se relacionan con la topología de las variedades. Perelman rompió el parón que se había producido en el programa que Hamilton había establecido y validó la idea de utilizar el flujo de Ricci para demostrar las conjeturas de Poincaré y de geometrización de Thurston. Aunque el trabajo de Perelman parece poner un definitivo punto final en la demostración de ambas conjeturas, sus contribuciones no terminan aquí. Las técnicas que ha introducido para manejar singularidades en el flujo de Ricci han generado una gran excitación entre los especialistas del análisis geométrico y están empezando a utilizarse para resolver otros problemas en este campo.

La combinación de una visión profunda y unas técnicas brillantes señalan a Perelman como un matemático extraordinario. Al iluminar el camino hacia la resolución de dos problemas fundamentales de la topología en dimensión 3, ha producido un profundo impacto en las matemáticas.

Nota biográfica

Grigory Perelman nació en 1966 en lo que entonces era la Unión Soviética. Se doctoró en la Universidad Estatal de San Petersburgo. Durante los años 90 pasó una temporada en Estados Unidos, incluyendo una estancia como investigador "Miller" de la Universidad de California en Berkeley. Durante algunos años fue investigador en el Instituto Steklov de Matemáticas, en San Petersburgo, y en 1994 fue conferenciante invitado en el Congreso Internacional de Matemáticos de Zurich.